I'm not a bot

Tipos de tablas de verdad

Las tablas de verdad son herramientas que permiten conocer los valores de verdad de proposiciones compuestas teniendo en cuenta las posibles interpretaciones de las proposiciones simples que la conforman. En otras palabras, nos ayuda a determinar si una proposición compuesta es verdadera o falsa, dependiendo de los valores de verdad que tengan las proposiciones simples que la componen. Las proposiciones simples son aquellas que no pueden ser descompuestas en otras, y las proposiciones compuestas son aquellas que se forman a partir de proposiciones simples mediante conectivos lógicos (no, y, o, si... entonces, si y solo si). Cada conectiva tiene su tabla de verdad. El valor verdadero se indica con la letra V, el número 1 o la letra T (de true, "verdadero" en inglés); el valor falso se indica con la letra F o el número 0. Veremos a continuación cómo se comporta cada conector. La negación de una proposición p se simboliza como ¬p y se lee "no p", es falsa si la proposición original es verdadera y verdadera si la original es falsa. Ejemplo p: "Está lloviendo"¬p: "No está lloviendo" La conjunción de dos proposiciones p y q se simboliza como p ∧ q y se lee "p y q", es verdadera solo si ambas proposiciones son verdaderas, y es falsa en cualquier otro caso. Ejemplo p: "Está soleado"q: "Hace calor"p ∧ q: "Está soleado y hace calor" La disyunción de dos proposiciones p y q se simboliza como p ∨ q y se lee "p o q", es falsa solo si ambas proposiciones son falsas y es verdadera en cualquier otro caso. Ejemplo p: "Compraré tomates"q: "Compraré lechuga"p ∨ q: "Compraré tomates o lechuga, o ambos" La disyunción excluyente o exclusiva de dos proposiciones p y q se simboliza como p ⊻ q y se lee "p o q, pero no ambos", es verdadera solo cuando una de las proposiciones es verdadera y la otra es falsa; y es falsa cuando ambas tienen el mismo valor de verdad. Ejemplo p: "Está soleado"q: "Está nublado"p ⊻ q: "O está soleado o está nublado, pero no ambos" El condicional de dos proposiciones p y q se simboliza p → q y se lee "si p, entonces q", es falso cuando la primera proposición (antecedente) es verdadera y la segunda (consecuente) es falsa, y es verdadera en cualquier otro caso. Ejemplo p: "Está lloviendo"q: "El cielo está nublado"p → q: "Si está lloviendo, entonces el cielo está nublado" El doble condicional de dos proposiciones p y q se simboliza como p ↔ q y se lee "p si y solo si q", es verdadera solo cuando ambas proposiciones son verdaderas o falsas, y es falsa cuando tienen distintos valores de verdad. Ejemplo p: "Está lloviendo"q: "El cielo está nublado"p ↔ q: "Está lloviendo si y solo si el cielo está nublado" Veremos a continuación ejemplos de construcción paso a paso de tablas de verdad. Como en la tabla habrá una fila por cada posible interpretación, el número de filas totales será igual a 2n más la cabecera, donde n es el número de proposiciones simples o variables. Cuando hay dos proposiciones simples, la tabla de verdad tendrá 22 = 4 filas más la cabecera. Primero, interpretamos que la proposición compuesta es una implicación con la proposición "p ∧ q" como antecedente y la proposición "p" como consecuente. Ubicamos cada proposición en una columna y en cada fila escribimos los valores de verdad posibles (VV, VF, FV, FF). pq...VV...VF...FV...FF... Agregamos una tercera columna con el antecedente de la implicación: la conjunción p ∧ q. Recurriendo a las tablas de los conectivos sabemos que esta conjunción es verdadera solo cuando p y q son verdaderos y es falsa en los demás casos. Con esta información completamos la columna: pqp ∧ q...VVV...VFF...FVF...FFF... Ahora agregamos la cuarta y última columna, que tendrá la proposición completa (p ∧ q) → p, la cual buscábamos evaluar. Para determinar los valores de verdad, debemos fijarnos únicamente en los valores de las columnas p ∧ q y la columna p, marcadas en amarillo. Están conectadas por una implicación, la cual será falsa si el antecedente (p ∧ q) es verdadero y el consecuente (p) es falso. No hay ninguna fila donde p ∧ q sea falso mientras p es verdadero, por tanto, (p ∧ q) → p es una proposición verdadera en todos los casos. pqp ∧ q(p ∧ q) → pVVVVVFFVFVFVFFFV Con esto hemos resuelto la tabla de verdad, la cual sin los colores queda así: pqp ∧ q(p ∧ q) → pVVVVVFFVFVFVFFFV Primero identificamos que hay dos proposiciones simples, así que la tabla tendrá cuatro filas. Las primeras dos columnas serán para p y q, y las siguientes para ¬p, ¬q, ¬p ∧ q, q ∨ ¬q, y por último la proposición completa (¬p ∧ q) ↔ (q ∨ ¬q). Comencemos con las primeras cuatro columnas. Como se trata de negación, el valor de verdad será el opuesto de la proposición original. Por ejemplo, en la tercera fila, p es F, así que ¬p será V; del mismo modo, q es V, así que ¬q será falso. pq¬p¬q...VVFF...VFFV...VFFV...FFVF...FFVV... Ahora agregamos las columnas de la conjunción y la disyunción: pq¬p¬q¬p ∧ qq ∨ ¬q...VVFFFV...VFFVFV...FVVFVV...FFVVFV... Por último, agregamos la proposición original. Como se trata de un bicondicional, será verdadero solo cuando las proposiciones que la componen tienen el mismo valor de verdad. Debemos fijarnos entonces en las columnas señaladas en amarillo. En la tercera fila las proposiciones tienen el mismo valor de verdad, así que el bicondicional será verdadero allí, y será falso en los otros casos. pq¬p¬q¬p ∧ qq ∨ ¬q(¬p ∧ q) ↔ (q ∨ ¬q)VVFFFVFVFFVFVFFVFVFVVVFFVVVFVF Con esto hemos resuelto la tabla de verdad, la cual queda así: pq¬p¬q¬p ∧ qq ∨ ¬q(¬p ∧ q) ↔ (q ∨ ¬q)VVFFFVFVFFVFVFFVVFVVVFFVVFVF Construimos la tabla de modo similar a los casos anteriores y debería quedarnos de la siguiente manera: pqp ∧ qp ∧ q → p¬(p ∧ q → p)VVVVVFVFFVFVFVFVFFFFVF En el ejemplo 1 la proposición fue verdadera para cualquier interpretación, en el ejemplo 2 hay veces en las que es verdadera y otras falsa, y en el ejemplo 3 los valores son siempre falsos. Cada caso tiene un nombre especial en lógica proposicional. Si ocurre que, para todas las interpretaciones, la proposición compuesta es verdadera, se dice que esta es una tautología o ley lógica, como en el ejemplo 1. Si ocurre que la proposición compuesta es verdadera para algunas interpretaciones y falsa para otras, se dice que es una contingencia, como en el ejemplo 2. Si ocurre que la proposición compuesta es falsa para todas las interpretaciones, se dice que es una contradicción, como en el ejemplo 3. Realizamos la tabla de esta proposición de la misma forma que antes y llegamos a: pq¬p¬qp → q¬q → ¬p(p → q) ↔ (¬q → ¬p)VVFFVVVVFFVFFVFVVFVVVFFVVVVV Nos encontramos con una tautología. Paticularmente, esta nos dice que una implicación es equivalente a su contrarrecíproca. pqp → qq → p(p → q) ∧ (q → p) VVVVVVFFVFFVVFFFFVVV Esta vez la tabla resulta en una contingencia. Nótese que la proposición es verdadera cuando las proposiciones simples son ambas verdaderas o ambas falsas. Este comportamiento es el mismo que el del bicondicional, de hecho, una ley lógica nos dice que la proposición (p → q) ∧ (q → p) es equivalente a p ↔ q. pqp → qq → p(p → q) ∨ (q → p) VVVVVVFFVVFVFVFVFFVVV La tabla arroja que la proposición (p → q) ∨ (q → p) es una tautología. Cuando tenemos tres proposiciones, la tabla de verdad se puede hacer siguiendo el mismo procedimiento que antes, solo teniendo en cuenta que la cantidad de filas será 23=8 más la cabecera. Hay que prestar atención a cómo se distribuyen los verdaderos y falsos en las primeras tres columnas. Debería quedarnos la tabla de la siguiente forma: pqr¬p¬p ∧ q(¬p ∧ q) → rVVVFFVVVFFFVVFVFVVVFFFFVFVVVVVFVFVVFFFVVFVFFFVFV En este caso, por tener la última columna valores verdaderos y falsos, estamos frente a una contingencia. pqrp ∧ q(p ∧ q) ∧ r[(p ∧ q) ∧ r] → pVVVVVVVVFVFVVFVFFVVFFFFVFVVFFVFVFFVFFVFFVFFFFFV Viendo la última columna podemos darnos cuenta de que se trata de una tautología. pqr¬pp ∧ qr ∧¬p(p ∧ q) ∧ (r ∧ ¬p)VVVFVFFVVFFVFFVFVFFFFVFFFFFFFVVVFVFFVFVFFFFFVVFVFFFVFFF Dado que tenemos solo valores falsos para cualquier interpretación, la proposición resulta en una contradicción. pqrp ∧ q(p ∧ q) → r VVVVVVVFVFVFVFVFFFVFVFVFV